المركز الوطني
لتطوير المناهج
National Center
for Curriculum
Development

المملكة الأردنية الهاشمية
وزارة التربية والتعليم

رياضيات الأعمال

الصف الثاني عشر - المسار الأكاديمي

الفصل الدراسي الثاني

كتاب التمارين

12

فريق التأليف

د. عمر محمد أبوغليون (رئيسًا)

هبه ماهر التميمي يوسف سليمان جرادات أ.د. محمد صبح صبابحه

الناشر: المركز الوطني لتطوير المناهج

يسر المركز الوطني لتطوير المناهج استقبال آرائكم وملحوظاتكم على هذا الكتاب عن طريق العناوين الآتية:

06-5376262 / 237 06-5376266 P.O.Box: 2088 Amman 11941

@nccdjor feedback@nccd.gov.jo www.nccd.gov.jo

قـرَّرت وزارة التربيـة والتعليـم تدريـس هـذا الكتـاب في مـدارس المملكـة الأردنيـة الهاشـمية جميعهـا، بنـاءً عـلى قـرار المجلـس الأعـلى للمركـز الوطنـي لتطويـر المناهـج في جلسـته رقـم (2025/8)، تاريـخ 2025/10/16 م، وقـرار مجلـس التربيـة والتعليـم رقـم (2025/252)، تاريـخ 2025/12/04 م، بـدءًا مـن العـام الـدراسي 2026/2025 م.

© HarperCollins Publishers Limited 2025.
- Prepared Originally in English for the National Center for Curriculum Development. Amman - Jordan
- Translated to Arabic, adapted, customised and published by the National Center for Curriculum Development. Amman - Jordan

ISBN: 978 - 9923 - 41 - 790 - 4

المملكة الأردنية الهاشمية
رقم الإيداع لدى دائرة المكتبة الوطنية
(2025/1/373)

بيانات الفهرسة الأولية للكتاب:

عنوان الكتاب	رياضيات الأعمال، كتاب التمارين: الصف الثاني عشر المسار الأكاديمي، الفصل الدراسي الثاني
إعداد / هيئة	الأردن، المركز الوطني لتطوير المناهج
بيانات النشر	عمان: المركز الوطني لتطوير المناهج، 2025
رقم التصنيف	373.19
الواصفات	/ تدريس الرياضيات/ / أساليب التدريس/ / المناهج/ / التعليم الثانوي/
الطبعة	الطبعة الأولى

يتحمّل المؤلف كامل المسؤولية القانونية عن محتوي مصنفه ولا يعبّر هذا المصنف عن رأي دائرة المكتبة الوطنية.

التحكيم التربوي: أ. د. عدنان سليم عابد **التصميم الجرافيكي**: راكان محمد السعدي **التحرير اللغوي**: نضال أحمد موسى

All rights reserved. No part of this publication may be reproduced, sorted in retrieval system, or transmitted in any form by any means, electronic, mechanical, photocopying, recording or otherwise , without the prior written permission of the publisher or a license permitting restricted copying in the United Kingdom issued by the Copyright Licensing Agency Ltd, Barnard's Inn, 86 Fetter Lane, London, EC4A 1EN.
British Library Cataloguing -in- Publication Data
A catalogue record for this publication is available from the Library.

الطبعة الأولى (التجريبية) 1447 هـ / 2025 م

أعزّاءنا الطلبة ...

يحتوي هذا الكتاب على تمارين مُتنوِّعة أُعِدَّت بعناية لتغنيكم عن استعمال مراجع إضافية، وهي تُعَدُّ استكمالًا للتمارين الواردة في كتاب الطالب، وتهدف إلى مساعدتكم على ترسيخ المفاهيم التي تتعلَّمونها في كل درس، وتُنمّي مهاراتكم الحسابية.

قد يختار المُعلِّم/ المُعلِّمة بعض تمارين هذا الكتاب واجبًا منزليًّا، ويترك لكم بعضها الآخر لكي تحلّوها عند الاستعداد للاختبارات الشهرية واختبارات نهاية الفصل الدراسي.

أمّا الصفحات التي تحمل عنوان (أستعد لدراسة الوحدة) في بداية كل وحدة، فإنَّها تساعدكم على مراجعة المفاهيم التي درستموها سابقًا؛ ما يُعزِّز قدرتكم على متابعة التعلُّم في الوحدة الجديدة بسلاسة ويسر.

قد لا يتوافر فراغ كافٍ إزاء كل تمرين لكتابة خطوات الحلِّ جميعها؛ لذا يُمكِن استعمال دفتر إضافي لكتابتها بوضوح.

متمنين لكم تعلُّمًا ممتعًا ومُيسَّرًا.

المركز الوطني لتطوير المناهج

قائمة المحتويات

الوحدة 4 أشكال الانتشار والسلاسل الزمنية

أستعد لدراسة الوحدة **6**

الدرس 1 الارتباط والانحدار 12

الدرس 2 السلاسل الزمنية 15

الدرس 3 التباين في السلاسل الزمنية 17

الوحدة 5 التوزيعات الاحتمالية

أستعد لدراسة الوحدة **19**

الدرس 1 التوزيع الهندسي 22

الدرس 2 توزيع ذي الحدَّين 23

الدرس 3 التوزيع الطبيعي 24

الدرس 4 التوزيع الطبيعي المعياري 25

الدرس 5 احتمال المُتغيِّر العشوائي الطبيعي باستعمال الجدول 26

الوحدة 6 الإحصاء الاستدلالي

أستعد لدراسة الوحدة **27**

الدرس 1 توزيع الأوساط الحسابية للعيِّنات 31

الدرس 2 التقريب الاحتمالي باستعمال التوزيع الطبيعي 34

الدرس 3 فترات الثقة 36

الدرس 4 اختبار الفرضيات 38

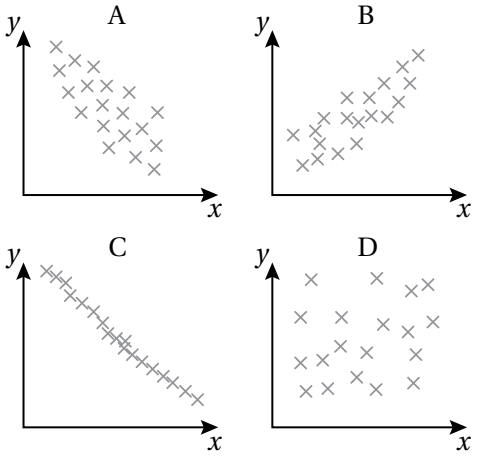
أوراق الرسم البياني 40

الوحدة 4: أشكال الانتشار والسلاسل الزمنية

أختبر معلوماتي قبل البَدْء بدراسة الوحدة، وفي حال عدم تأكُّدي من الإجابة أستعين بالمثال المُعطى.

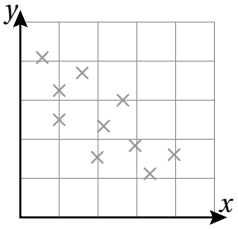
• شكل الانتشار والارتباط

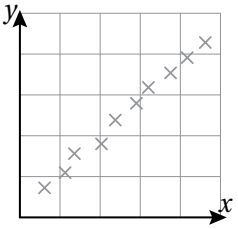
اعتمادًا على الأشكال المجاورة، أكتب في الفراغ الآتي رمز شكل الانتشار المناسب:

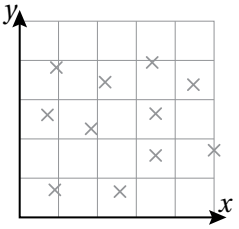


1. يدلُّ شكل الانتشار ..... على عدم وجود ارتباط بين المُتغيِّرين.
2. يدلُّ شكل الانتشار ..... على وجود ارتباط موجب بين المُتغيِّرين.
3. يدلُّ شكل الانتشار ..... على وجود ارتباط سالب قوي بين المُتغيِّرين.

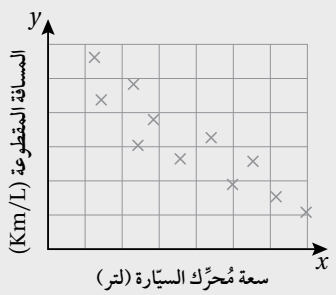
هل يوجد ارتباط بين بيانات المُتغيِّرين المُمثَّلين في كل شكل من الأشكال الآتية؟ في حال وجود ارتباط بينها، هل هو موجب أم سالب؟ هل هو قوي أم ضعيف؟

4.


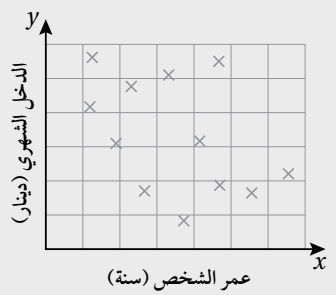
5.


6.


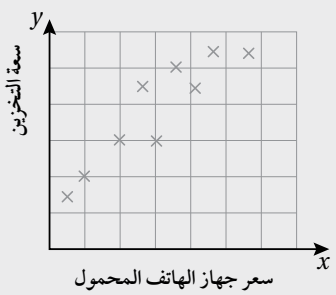
مثال: هل يوجد ارتباط بين بيانات المُتغيِّرين المُمثَّلين في كل شكل من الأشكال الآتية؟ في حالة وجود ارتباط بينها، هل هو موجب أم سالب؟ هل هو قوي أم ضعيف؟

a)


ارتباط سالب قوي.

b)


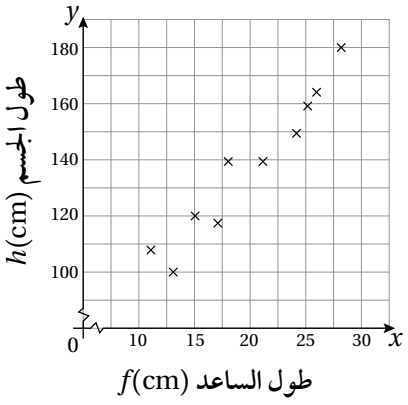
لا يوجد ارتباط.

c)


ارتباط موجب قوي.

• المستقيم الأفضل مطابقة

يُمثِّل شــكل الانتشــار المجاور العلاقة بين طول الساعد f (بالسنتيمتر) وطول الجسم h (بالسنتيمتر) لـ 10 أشخاص:



7 أَصِف الارتباط بين طول الجسم وطول الساعد.

8 أرسم المستقيم الأفضل مطابقة، ثمَّ أكتب معادلته.

9 أســتعمل المســتقيم الأفضل مطابقة لتقدير طول شــخص، طول ساعده 27 cm

يُبيِّن الجدول الآتي المسافة بالسنتيمتر، والسرعة بالسنتيمتر لكل ثانية، عند دحرجة كرة على سطح طاولة، بَدْءًا بنقطة مُحدَّدة:

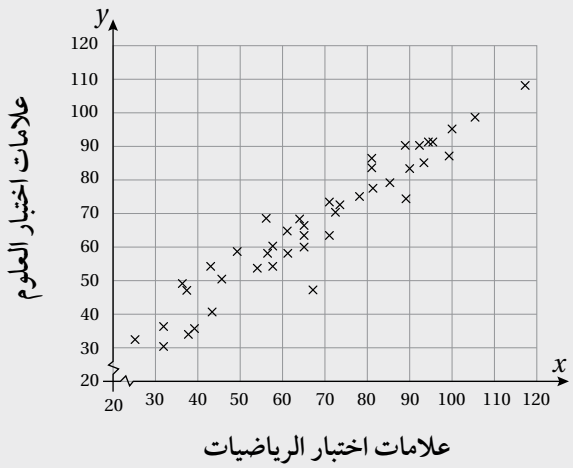
المسافة	10	20	30	40	50	60	70	80
السرعة	18	16	13	10	7	5	3	0

10 أرسم شكل الانتشار لبيانات الجدول.

11 أرسم المستقيم الأفضل مطابقة للبيانات.

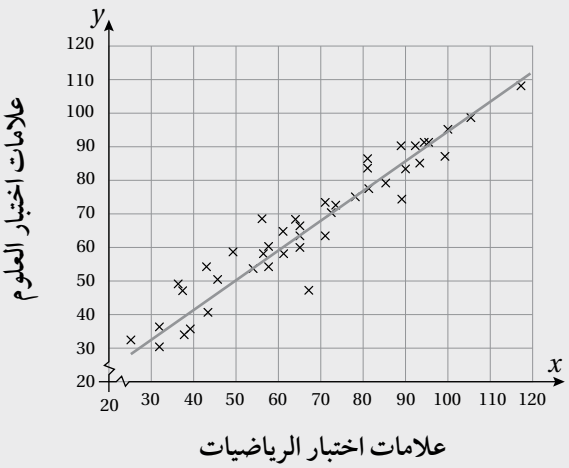
12 أُقدِّر سرعة الكرة لحظة قطعها مسافة 5 cm من نقطة انطلاقها.

مثال: يُمثِّل شكل الانتشار الآتي العلاقة بين علامات اختبار الرياضيات وعلامات اختبار العلوم لمجموعة من الطلبة:



a) أرسم المستقيم الأفضل مطابقة للبيانات المُمثَّلة في شكل الانتشار.

أرسم المستقيم الأفضل مطابقة باستعمال المسطرة كما في الشكل المجاور.

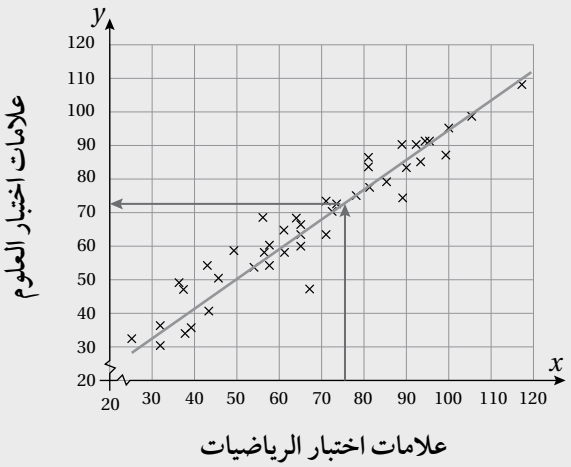


أتذكّر

المستقيم الأفضل مطابقة هو مستقيم يمرُّ بأكبر عدد من نقاط شكل الانتشار، أمّا النقاط التي لا يمرُّ بها فيكون عددها مُتساوِيًا على جهتيه تقريبًا. وبالمثل، فإنَّ أقصر المسافات بينه وبين النقاط التي لا يمرُّ بها تكون مُتساوِية.

b) أحرز طالب في اختبار الرياضيات علامة 75، لكنَّه غاب عن اختبار العلوم بسبب مرضه. أستعمل المستقيم الأفضل مطابقة الذي رسمْتُه لتقدير علامة الطالب المُحتمَلة في مادة العلوم.

أُقدِّر علامة الطالب في مادة العلوم برسم مستقيم رأسي، بَدْءًا بالعلامة 75، على المحور الأُفقي حتّى يلتقي بالمستقيم الأفضل مطابقة. ومن نقطة التقاطع، أرسم مستقيمًا أُفقيًّا، وصولًا إلى المحور الرأسي، فأُقدِّر علامة الطالب بنحو 72 كما في الشكل المجاور.



c) أجد معادلة المستقيم الأفضل مطابقة.

يُمكِن إيجاد معادلة المستقيم إذا عُلِمت إحداثيات أيِّ نقطتين يمرُّ بهما، ولتكن (95, 90), (53, 53):

صيغة معادلة المستقيم المارِّ بنقطتين

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$$

بتعويض إحداثيات النقطتين

$$y - 53 = \frac{90 - 53}{95 - 53}(x - 53)$$

بالتبسيط

$$y = 0.88x + 6.36$$

إيجاد الوسط الحسابي لبيانات مفردة

أجد الوسط الحسابي لكل مجموعة من البيانات الآتية:

13 35, 70, 45, 64, 80, 42

14 385, 278, 479, 360

15 24, −12, −18

16 283, 141, 470

مثال: أجد الوسط الحسابي للبيانات الآتية: **54, 63, 129, 72, 97**

صيغة الوسط الحسابي $\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$

بالتعويض $= \frac{54 + 63 + 129 + 72 + 97}{5}$

بالتبسيط $= 83$

تمثيل البيانات بالخطوط

أُمثِّل كُلًّا من البيانات الآتية بالخطوط:

17

السنة	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023
الربح (بآلاف الدنانير)	25	30	26	40	42	38	36	39

18

اليوم	السبت	الأحد	الإثنين	الثلاثاء	الأربعاء	الخميس
طول النبتة (mm)	10	15	25	30	35	40

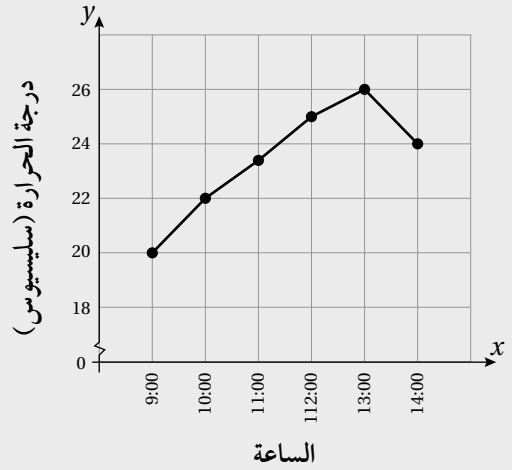
مثال: **يُبيِّن الجدول الآتي درجات الحرارة في فترات مختلفة خلال أحد الأيام. أُمثِّل بيانات الجدول بالخطوط.**

الساعة	9:00	10:00	11:00	12:00	13:00	14:00
درجة الحرارة (°C)	20	22	23.5	25	26	24

الخطوة 1: أرسم الرُّبع الأوَّل من المستوى الإحداثي، ثمَّ أُدوِّن الساعات (الزمن) على المحور الأُفقي، وأجعل كل مُربَّع يُمثِّل ساعة، وأختار تدريجًا مناسبًا للمحور الرأسي. وبما أنَّ درجات الحرارة تتراوح بين 20°C و 26°C، فإنَّني أُدرِج المحور الرأسي من 0 إلى 26 ، بحيث يُمثِّل كل مُربَّع درجتين، وقد أجعل فيه انقطاعًا ليصبح الشكل أكثر تناسقًا؛ أيْ لا يظهر فيه فراغ كبير.

الخطوة 2: أُعيِّن الأزواج المُرتَّبة الآتية في المستوى الإحداثي: (9, 20), (10, 22), (11, 23.5), (12, 25), (13, 26), (14,24).

الخطوة 3: أَصِل بين كل نقطتين مُتتالِيتين بقطعة مستقيمة ليَنتج الشكل المجاور.



• قراءة بيانات مُمثَّلة بالخطوط، وتفسيرها

يُبيِّن التمثيل بالخطوط المجاور مُعدَّل هطل الأمطار (بالمِلّيمتر) على مدينة عمّان:

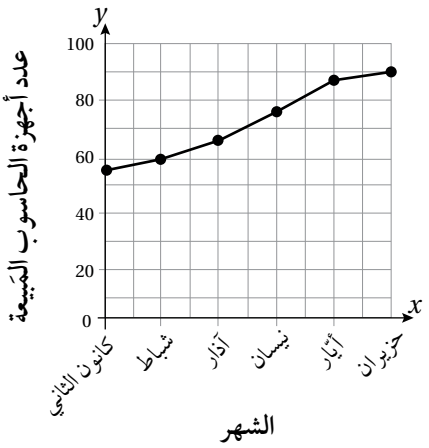
19 ما الشهر الأكثر مُعدَّلًا لهطل الأمطار؟ كم كان المُعدَّل؟

20 ما الشهر الأقلُّ مُعدَّلًا لهطل الأمطار؟ كم كان المُعدَّل؟

21 ما الشهر الذي كان فيه مُعدَّل هطل الأمطار 36 mm؟

22 بكم يزيد مُعدَّل هطل الأمطار في شهر كانون الأوَّل على مُعدَّل هطل الأمطار في شهر نيسان؟

يُبيِّن التمثيل بالخطوط المجاور عدد أجهزة الحاسوب المَبيعة في متجر من شهر كانون الثاني إلى شهر حزيران:



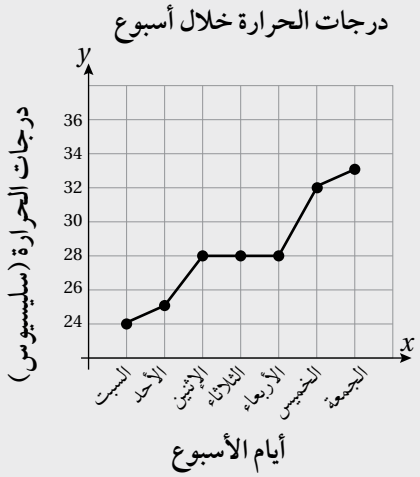
23 كم جهاز حاسوب باع المتجر في شهر شباط؟

24 هــل كانت مبيعات المتجر أكثر في شــهر أيّار أم في شــهر كانون الثاني؟

25 في أيِّ شهر كان عدد الأجهزة المَبيعة 90 جهازًا؟

26 هل تزايدت مبيعات المتجر أم تناقصت خلال هذه الفترة الزمنية؟ أُبرِّر إجابتي.

مثال: **يُبيِّن التمثيل بالخطــوط المجاور درجات الحرارة في إحدى المدن خلال أسبوع:**



a) ما أعلى درجة حرارة سُجِّلت في المدينة خلال ذلك الأسبوع؟

33°C

b) في أيِّ يوم كانت درجة الحرارة 25°C؟

يوم الأحد

c) ما التغيُّر الذي طرأ على درجة الحرارة بين يوم الأربعاء ويوم الخميس؟

زادت درجة الحرارة يوم الخميس بمقدار 4 درجات على درجة الحرارة يوم الأربعاء.

الدرس 1

الارتباط والانحدار
Correlation and Regression

أُحدِّد المُتغيِّر المستقل والمُتغيِّر التابع في كلٍّ من المواقف الآتية:

1. دراسة العلاقة بين عدد الطلبة في الغرفة الصفية ومُعدَّل علاماتهم في اختبار الرياضيات.
2. دراسة العلاقة بين عدد حوادث الطرق وعدد السيّارات العاملة.
3. دراسة العلاقة بين عمر الشخص وطوله.
4. دراسة العلاقة بين علامات الطلبة في اختبار اللغة الإنجليزية وعلاماتهم في اختبار العلوم.

أَصِف الارتباط إذا كان:

5. معامل ارتباط بيرسون بين مُتغيِّرين -1
6. معامل ارتباط بيرسون بين مُتغيِّرين 0.25

سعرات حرارية: يُبيِّن الجدول الآتي الكتلة (بالغرام) وعدد السعرات الحرارية في أنواع عديدة من قطع الحلوى:

نوع الحلوى	A	B	C	D	E	F	G	H
الكتلة (x) (g)	44	45	81	66	47	58	51	40
السعرات الحرارية (y)	230	230	270	280	220	280	280	210

7. أُحدِّد المُتغيِّر المستقل والمُتغيِّر التابع، ثمَّ أرسم شكل الانتشار لهذه البيانات.
8. أَصِف الارتباط بين كتلة قطعة الحلوى وعدد السعرات الحرارية فيها، ثمَّ أُفسِّره.
9. أجد معادلة خطِّ انحدار y على x.
10. أستعمل معادلة خطِّ الانحدار التي أوجدتها في السؤال السابق للتنبُّؤ بعدد السعرات الحرارية في قطعة حلوى كتلتها 55 g
11. هل يُمكِن استعمال معادلة خطِّ الانحدار في السؤال 9 للتنبُّؤ بعدد السعرات الحرارية في قطعة حلوى كتلتها 15 g؟ أُبرِّر إجابتي.

الدرس 1

الارتباط والانحدار
Correlation and Regression

يتبع

تريد فرح البحث في علاقة معامل الذكاء (x) بعلامة الاختبار في المعلومات العامة (y)، فجمعت بيانات من 8 أشـخاص، ثمَّ لخَّصت نتائج حساباتها كما يأتي:

$$\sum x_i = 937, \sum y_i = 450, \sum x_i^2 = 130120, \sum y_i^2 = 28400, \sum x_i y_i = 58540$$

12 أجد S_{xx}.

13 أجد S_{yy}.

14 أجد S_{xy}.

15 أجد معامل ارتباط بيرسون بين معامل الذكاء وعلامة الاختبار في المعلومات العامة.

إعلانات: ربطت إحدى شـركات التسـويق – من خبرة سـابقة– بين مقدار الإنفاق (x) (بـآلاف الدنانير) على الإعلانات الترويجية لمُنتَج مُعيَّن وحجم المبيعات (y) لهذا المُنتَج (بآلاف الدنانير) كما هو مُبيَّن في الجدول الآتي:

الإنفاق الترويجي (x) (JD 1000)	20	22	23	24	25	27	28
المبيعات (y) (JD 1000)	330	339	342	345	350	360	364

16 أجد معادلة خطِّ انحدار y على x.

17 أُفسِّر دلالة كلٍّ من الميل (m) والمقطع (b) في معادلة خطِّ الانحدار.

18 أسـتعمل معادلة خطِّ الانحدار التي أوجدتها في السـؤال السـابق للتنبُّؤ بمقدار المبيعات حين يبلغ الإنفاق الترويجي JD 26000.

19 أُبيِّن لماذا لا يُمكِن اسـتعمال معادلة خـطِّ الانحدار التي أوجدتها لتقدير الإنفـاق الترويجي حين يبلغ حجم المبيعات JD 355000.

الدرس 1

الارتباط والانحدار
Correlation and Regression

يتبع

أرباح: **يُبيِّن الجدول الآتي مستويات المبيعات والأرباح (بالمليون دينار) لـ 8 شركات تعمل في مجال المواد الغذائية في نهاية عام 2024م:**

حجم المبيعات بالمليون دينار (x)	22	36	26	14	25	34	6	18
الربح بالمليون دينار (y)	1.8	4.9	0.8	0.9	3.2	3.7	0.5	2.1

20 أجد معادلة خطِّ انحدار y على x.

21 أستعمل معادلة خطِّ الانحدار التي أوجدتها في السؤال السابق للتنبُّؤ بأرباح شركة عاملة في المجال نفسه، بلغ حجم مبيعاتها 28 مليون دينار أردني في نهاية عام 2024م.

22 أُفسِّر دلالة كلٍّ من الميل (m) والمقطع (b) في معادلة خطِّ الانحدار.

مُحرِّكات: **يُبيِّن الجدول الآتي سعة مُحرِّكات 8 سيّارات (بوحدة cc)، وعدد الكيلومترات التي يُمكِن لهذه السيّارات قطعها لكل لتر وقود:**

السيّارة	A	B	C	D	E	F	G	H
سعة المُحرِّك (x) (بوحدة cc)	1000	1100	1300	1400	1600	1900	1800	2000
عدد الكيلومترات المقطوعة لكل لتر وقود (y)	17	15	16	14.5	13.5	11	8.5	11.5

23 أجد معادلة خطِّ انحدار y على x.

24 أُفسِّر دلالة كلٍّ من الميل (m) والمقطع (b) في معادلة خطِّ الانحدار.

25 أستعمل معادلة خطِّ الانحدار التي أوجدتها في السؤال السابق للتنبُّؤ بعدد الكيلومترات التي قد تقطعها سيّارة تعمل بالوقود، سعة مُحرِّكها 1500 cc لكل لتر وقود.

الدرس 2

السلاسل الزمنية
Time Series

بنزين: **يُبيِّن الجدول الآتي أسعار بيع لتر البنزين أوكتان 90 (بالفلسات) في الأردن خلال عام 2024م:**

الشهر	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
السعر (F/L)	895	910	930	940	960	915	900	920	885	860	865	860

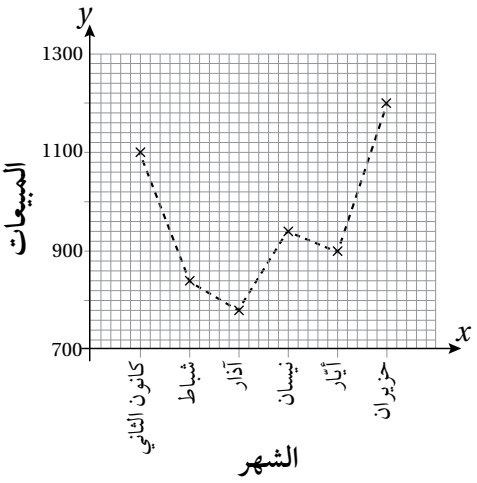
1. أُمثِّل هذه السلسلة بيانيًّا.
2. أرسم خطَّ الاتجاه العام للبيانات على منحنى السلسلة.

مواليد: **يُبيِّن الجدول الآتي عدد المواليد في كل يوم من أيام الأسبوع بإحدى البلدات:**

اليوم	الأحد	الإثنين	الثلاثاء	الأربعاء	الخميس	الجمعة	السبت
عدد المواليد	32	12	45	64	55	35	48

3. أُمثِّل هذه السلسلة الزمنية بيانيًّا.
4. أرسم خطَّ الاتجاه العام للبيانات على منحنى السلسلة.
5. أَصِف اتجاه البيانات العام، ثمَّ أُفسِّره.

أحذية: **يُبيِّن منحنى السلسلة الزمنية المجاور عدد أزواج الأحذية التي باعها أحد المحال التجارية في الأشهر الستة الأولى من عام 2023م:**



6. في أيِّ شهر بلغت المبيعات أدنى مستوى لها؟
7. بَيْنَ أيِّ شهرين كان النقص في المبيعات هو الأقلَّ؟
8. يهدف صاحب المحل إلى أنْ يكون الوسط الحسابي للمبيعات الشهرية في هذه الأشهر 960 زوجًا من الأحذية، فهل أمكن له تحقيق هذا الهدف؟ أُبرِّر إجابتي.

الدرس 2

يتبع

السلاسل الزمنية
Time Series

سيّارات: يُبيِّن الجدول الآتي عدد السيّارات المَبيعة في إحدى الوكالات شهريًّا من تمّوز إلى كانون الأوَّل:

الشهر	تمّوز	آب	أيلول	تشرين الأوَّل	تشرين الثاني	كانون الأوَّل
عدد السيّارات المَبيعة	28	26	25	21	22	17

9 أُمثِّل هذه السلسلة الزمنية بيانيًّا.

10 أَصِف الاتجاه العام لمبيعات السيّارات في هذه الوكالة.

غاز طبيعي: يُبيِّن الجدول الآتي كميات الغاز الطبيعي الرُّبعية (بملايين الأمتار المُكعَّبة) المُستخرَجة من أحد الحقول بين عام 2004م وعام 2006م:

العام	2004				2005				2006			
الرُّبع	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
الإنتاج	5.6	5.4	5.2	5.7	5.9	5.7	4.9	5.5	5.6	5.5	5.3	5.4

11 أُمثِّل هذه السلسلة الزمنية بيانيًّا.

12 أرسم خطَّ الاتجاه العام على منحنى السلسلة الزمنية.

13 أُحدِّد نوع اتجاه البيانات العام، ثمَّ أُفسِّره.

14 في أيِّ الأرباع كانت كميات الغاز المُستخرَجة من الحقل هي العليا سنويًّا؟

أرباح: يُبيِّن الجدول الآتي أرباح أحد المصانع (بآلاف الدنانير) في فترات زمنية تضمُّ 4 أشهر مُتتالِية بين شهر كانون الثاني من عام 2022م وشهر كانون الأوَّل من عام 2024م:

العام	2022			2023			2024		
الفترة	1	2	3	1	2	3	1	2	3
الأرباح (JD 1000)	270	295	235	420	510	345	360	385	320

15 أُمثِّل هذه السلسلة الزمنية بيانيًّا.

16 أرسم خطَّ الاتجاه العام لبيانات السلسلة.

17 أُحدِّد نوع اتجاه البيانات العام، ثمَّ أُفسِّره.

18 أَصِف التمثيل البياني.

الدرس 3

التباين في السلاسل الزمنية
Variations in Time Series

1 أجد جميع الأوساط المُتحرِّكة ذات النقاط الأربع للبيانات الآتية:

56, 58, 62, 64, 60, 66, 72, 74, 74, 76, 80

2 أجد جميع الأوساط المُتحرِّكة ذات النقاط الثلاث للبيانات الآتية:

93, 87, 90, 81, 78, 75, 78, 72, 66, 69, 63

مسافرون: يُبيِّن الجدول الآتي عدد المسافرين إلى الخارج (بعشرات الآلاف) في كل رُبع على مدار 3 أعوام مُتتالِية:

العام	2009				2010				2011			
الرُّبع	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
المسافرون (10000)	8.7	10	11.8	11.5	9,5	10.7	12.4	11.8	10.2	11.6	13.4	12.6

3 أجد الأوساط المُتحرِّكة ذات النقاط الأربع لهذه السلسلة الزمنية.

4 أرسم خطَّ الاتجاه العام للسلسلة الزمنية باستعمال الأوساط المُتحرِّكة ذات النقاط الأربع.

5 أُقدِّر الوسط الحسابي للتباينات الموسمية للرُّبع الثاني.

6 أتنبَّأ بعدد المسافرين إلى الخارج في الرُّبع الثاني من عام 2012م.

خطٌّ عربي: يُبيِّن الجدول الآتي عدد المُتدرِّبين في دورة للخطِّ العربي كل أسبوع على مدار 10 أسابيع:

الأسبوع	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
عدد المُتدرِّبين	23	25	27	26	22	33	23	25	30	29

7 أُمثِّل هذه السلسلة بيانيًّا.

8 أجد الأوساط المُتحرِّكة ذات النقاط الأربع لهذه السلسلة الزمنية.

9 أرسم خطَّ الاتجاه العام للسلسلة الزمنية باستعمال الأوساط المُتحرِّكة ذات النقاط الأربع.

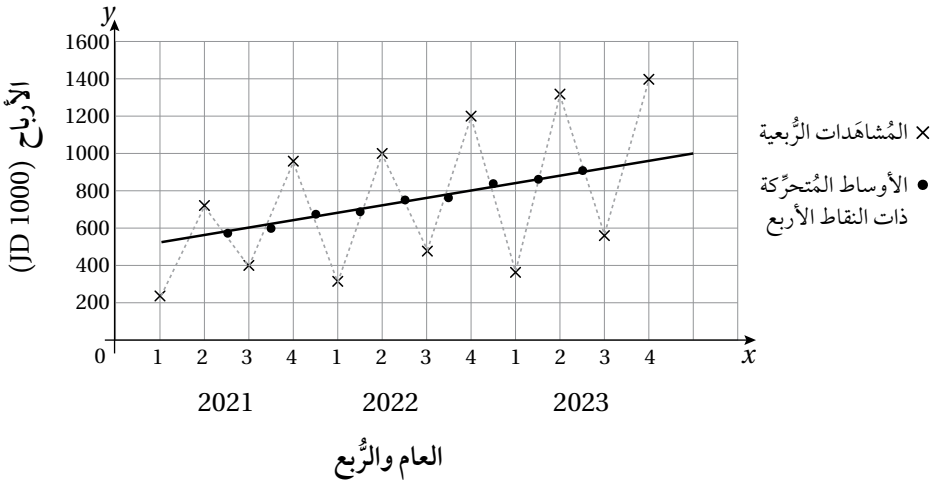
10 أُحدِّد نوع اتجاه البيانات العام، ثمَّ أُفسِّره.

الدرس 3

يتبع

التباين في السلاسل الزمنية
Variations in Time Series

أرباح: **يُبيِّن الشكل الآتي السلسلة الزمنية للأرباح الرُّبعية (بآلاف الدنانير) لأحد المصانع خلال 3 أعوام، وقد رُسِم عليها خطُّ الاتجاه العام باستعمال الأوساط المُتحرِّكة ذات النقاط الأربع:**



11 أجد التباينات الموسمية للأرباع الأربعة عام 2021م.

12 أُقدِّر الوسط الحسابي للتباينات الموسمية للرُّبع الأوَّل.

13 أتنبَّأ بقيمة أرباح الرُّبع الأوَّل من عام 2024م.

فواتير كهربـاء: **يُبيِّن الجدول المجاور قِيَم 10 فواتيـر كهرباء (بالدينار) لأحد المنازل:**

العام / الشهر	2007	2008	2009
آذار	21	27	32
حزيران	24	30	35
أيلول	37	39	
كانون الأوَّل	42	49	

14 أجد الأوساط المُتحرِّكة ذات النقاط الأربع لهذه السلسلة الزمنية.

15 أرسـم خطَّ الاتجاه العام للسلسلة الزمنية باسـتعمال الأوساط المُتحرِّكة ذات النقاط الأربع.

16 أُحدِّد نوع اتجاه البيانات العام، ثمَّ أُفسِّره.

17 أُقدِّر الوسط الحسابي للتباينات الموسمية لشهر أيلول.

18 أتنبَّأ بقيمة فاتورة شهر أيلول من عام 2009م.

الوحدة 5: التوزيعات الاحتمالية

أختبر معلوماتي قبل البَدْء بدراسة الوحدة، وفي حال عدم تأكُّدي من الإجابة أستعين بالمثال المُعطى.

• إيجاد مضروب العدد الكلي

أجد قيمة كلٍّ ممّا يأتي:

1. $5!$
2. $4! + 0!$
3. $2! \times 3!$
4. $\frac{9!}{7! \times 2!}$

مثال: أجد قيمة كلٍّ ممّا يأتي:

a) $6!$

$6! = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$ تعريف مضروب العدد الكلي

$= 720$ بالضرب

b) $\frac{8!}{5!}$

$\frac{8!}{5!} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5!}{5!}$ تعريف مضروب العدد الكلي

$= 8 \times 7 \times 6$ باختصار $5!$ من البسط والمقام

$= 336$ بالضرب

• إيجاد التوافيق

أجد قيمة كلٍّ ممّا يأتي:

5. $\binom{8}{5}$
6. $\binom{10}{2} - \binom{7}{0}$
7. $\frac{\binom{13}{4}}{\binom{11}{7}}$

مثال: أجد قيمة $\binom{12}{3}$.

تعريف التوافيق $\binom{12}{3} = \frac{12!}{3!\,9!}$

باستعمال تعريف مضروب العدد الكلي $= \frac{12 \times 11 \times 10 \times 9!}{3!\,9!}$

بالتبسيط $= 220$

• المُتغيِّر العشوائي، وتوزيعه الاحتمالي

أجد قِيَم المُتغيِّر العشوائي، وتوزيعه الاحتمالي في كلٍّ ممّا يأتي:

8 في تجربة إلقاء 3 قطع نقدية متمايزة مَرَّة واحدة، دلَّ المُتغيِّر العشوائي Y على عدد مَرّات ظهور الصورة.

9 في تجربة إلقاء حجري نرد متمايزين معًا، دلَّ المُتغيِّر العشوائي X على الفرق المُطلَق للعددين الظاهرين على حجري النرد.

مثال: **في تجربة إلقاء قطعتي نقد عشوائيًّا، دلَّ المُتغيِّر العشوائي X على عدد مَرّات ظهور الصورة. أجد مجموعة قِيَم X.**

عناصر الفضاء العيني للتجربة $\Omega = \{(T, T), (T, H), (H, T), (H, H)\}$

عدد الصور المُرتبِطة بكل عنصر $X = \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 2$

إذن، مجموعة قِيَم المُتغيِّر العشوائي هي: $X = \{0, 1, 2\}$.

• توقُّع المُتغيِّر العشوائي، وتباينه، وانحرافه المعياري

10 إذا كان للمُتغيِّر العشوائي X التوزيع الاحتمالي الآتي:

x	0	1	2	3
$P(X=x)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$

فأجد كُلًّا من توقُّع المُتغيِّر العشوائي X، وتباينه.

مثال: في ما يأتي التوزيع الاحتمالي لتجربة عشوائية:

x	3	-5
$P(X=x)$	0.7	0.3

a) أجد التوقُّع $E(X)$.

صيغة التوقُّع $E(X) = \sum x \cdot P(X=x)$

مجموع نواتج الضرب $= 3(0.7) + (-5)(0.3)$

بالتبسيط $= 0.6$

b) أجد التباين σ^2.

صيغة التوقُّع $\sigma^2 = \sum \left(x^2 \cdot P(x)\right) - \left(E(X)\right)^2$

مجموع نواتج الضرب $= 3^2\,(0.7) + (-5)^2\,(0.3) - (0.6)^2$

بالتبسيط $= 13.44$

c) أجد الانحراف المعياري σ.

الانحراف المعياري هو الجذر التربيعي للتباين.

إذن:

$$\sigma = \sqrt{13.44} \approx 3.67$$

الدرس 1

التوزيع الهندسي
Geometric Distribution

إذا كان: $X \sim Geo\left(\frac{1}{8}\right)$، فأجد كُلًّا ممّا يأتي، وأُقرِّب إجابتي إلى أقرب 3 منازل عشرية:

1. $P(X = 4)$
2. $P(X \leq 4)$
3. $P(X \geq 2)$
4. $P(3 \leq X < 5)$
5. $P(X < 2)$
6. $P(X > 5)$
7. $P(1 < X < 3)$
8. $P(4 < X \leq 6)$
9. $P(2 < X \leq 4)$

أجد التوقُّع لكلٍّ من المُتغيِّرات العشوائية الآتية:

10. $X \sim Geo(0.8)$
11. $X \sim Geo(0.1)$
12. $X \sim Geo(0.75)$

أطلــق عماد رصاصة نحو هدف بصورة مُتكرِّرة، ثمَّ توقَّف عنــد إصابته الهدف أوَّل مَرَّة. إذا كان احتمال إصابته الهدف في كل مَرَّة هو 0.7، فأجد كُلًّا ممّا يأتي:

13. احتمال أنْ يصيب الهدف أوَّل مَرَّة في المحاولة العاشرة.
14. احتمال أنْ يُطلِق رصاصتين على الأقلِّ حتّى يصيب الهدف أوَّل مَرَّة.
15. العدد المُتوقَّع من الرصاصات التي سيُطلِقها عماد حتّى يصيب الهدف أوَّل مَرَّة.

16. ترغب عُلا أنْ تستقلَّ سيّارة أُجْرة للذهاب إلى عملها. إذا كانت 5% من السيّارات المارَّة بالشارع أمام منزلها هي سيّارات أُجْرة، ومثَّل X عدد السيّارات التي ستمرُّ أمام عُلا حتّى تشاهد أوَّل سيّارة أُجْرة، فأجد احتمال أنْ تشاهد عُلا سيّارة أُجْرة أوَّل مَرَّة عند مرور السيّارة السابعة من أمام منزلها.

إذا كان X مُتغيِّرًا عشوائيًّا هندسيًّا، وكان التوقُّع $E(X) = 2$، فأجد كُلًّا ممّا يأتي:

17. $P(X = 1)$
18. $P(X > 3)$

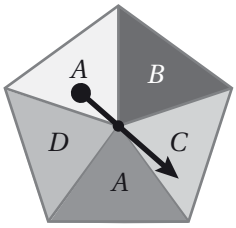
الدرس 2

توزيع ذي الحدَّين
Binomial Distribution

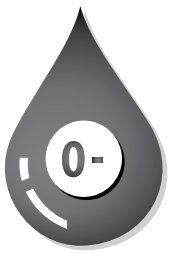
إذا كان: $X \sim B\left(20, \frac{1}{8}\right)$، فأجد كُلًّا ممّا يأتي:

1. $P(X = 18)$
2. $P(X \leq 3)$
3. $P(1 < X \leq 3)$

في الشكل الخماسي المُنتظَم المجاور، إذا دُوِّر المُؤشِّر 10 مَرّات، ودلَّ المُتغيِّر العشوائي X على عدد مَرّات توقُّف المُؤشِّر على الحرف A، فأجد كُلًّا ممّا يأتي:



4. احتمال أنْ يتوقَّف المُؤشِّر على الحرف A ثلاث مَرّات فقط.
5. احتمال أنْ يتوقَّف المُؤشِّر على الحرف A ثلاث مَرّات على الأقلِّ.
6. احتمال ألّا يتوقَّف المُؤشِّر على الحرف A نهائيًّا.



7. **فصيلة دم:** تبلغ نسبة حاملي فصيلة الدم $-O$ من سُكّان الأردن نحو 4% تقريبًا. أجد عدد الأشخاص الذين يَلزم إشراكهم في عيِّنة عشوائية من السُّكّان، ويُتوقَّع أنْ يكون منهم 10 أشخاص من حاملي فصيلة الدم $-O$.

أجد التوقُّع والتباين لكلٍّ من المُتغيِّرات العشوائية الآتية:

8. $X \sim B(40, 0.2)$
9. $X \sim B(280, 0.4)$
10. $X \sim B\left(48, \frac{1}{6}\right)$

11. **أمراض:** وَفقًا لدراسة طبية، فإنَّ 9% من البالغين حول العالَم مصابون بمرض السُّكَّري. إذا اختيرت عيِّنة عشوائية من البالغين تضمُّ 12000 شخص، فما العدد المُتوقَّع من المصابين بمرض السُّكَّري في هذه العيِّنة؟

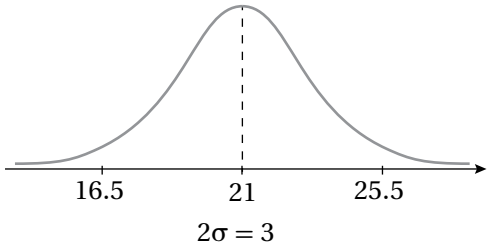
الدرس 3

التوزيع الطبيعي
Normal Distribution

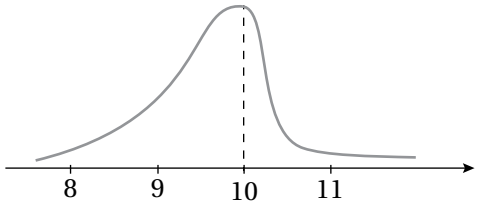
إذا اتَّخذت كتل مجموعة من طلبة الصف الثاني عشر شكل المنحنى الطبيعي، فأجد كُلًّا ممّا يأتي:

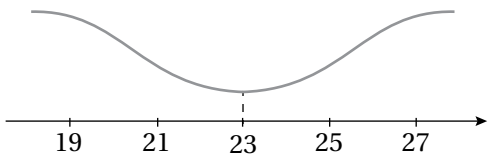
1. النسبة المئوية للطلبة الذين تقع كتلهم فوق الوسط الحسابي.
2. النسبة المئوية للطلبة الذين لا يزيد البُعْد بين كتلهم والوسط الحسابي على انحراف معياري واحد.
3. النسبة المئوية للطلبة الذين تقلُّ كتلهم عن الوسط الحسابي بمقدار لا يزيد على انحرافين معياريين.
4. النسبة المئوية للطلبة الذين تزيد كتلهم على الوسط الحسابي بمقدار لا يزيد على انحرافين معياريين، أو تقلُّ عنه بمقدار لا يزيد على انحراف معياري واحد.

5. يُبيِّن الشكل المجاور منحنى توزيع طبيعي. أُعبِّر عن المُتغيِّر العشوائي لهذا التوزيع باستعمال الرموز.



أُبيِّن لماذا لا يُمثِّل أيٌّ من التمثيلين الآتيين منحنى توزيع طبيعي:

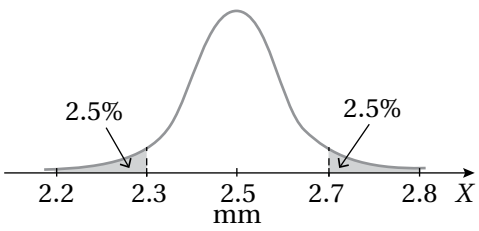
6.


7.


إذا كان: $X \sim N(8, 0.04)$، فأجد كُلًّا ممّا يأتي:

8. $P(X > 8)$
9. $P(7.8 < X < 8.2)$
10. $P(X > 8.4)$

صناعة: **يُمكِن نمذجة أطوال أقطار مسامير يُنتِجها مصنع بمنحنى التوزيع الطبيعي المُبيَّن في الشكل المجاور:**



11. أجد كُلًّا من الوسط الحسابي، والانحراف المعياري لأطوال أقطار المسامير.
12. أجد النسبة المئوية للمسامير التي يزيد طول قُطْر كلٍّ منها على الوسط الحسابي بما لا يزيد على انحرافين معياريين.

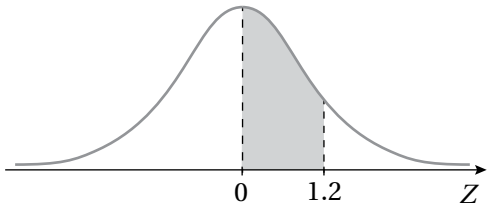
الدرس 4

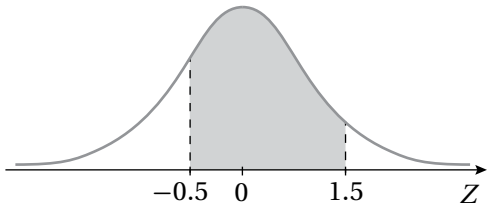
التوزيع الطبيعي المعياري
Standard Normal Distribution

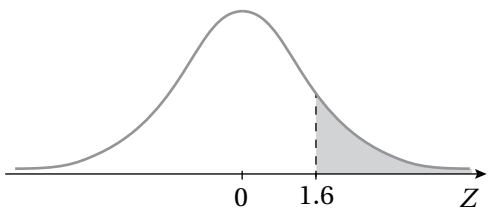
أجد كُلًّا ممّا يأتي باستعمال جدول التوزيع الطبيعي المعياري:

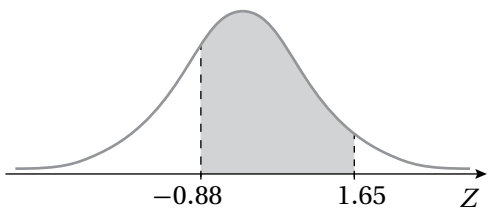
1) $P(Z < 1.42)$
2) $P(Z < 0.87)$
3) $P(Z > 1.06)$
4) $P(Z < -2.78)$
5) $P(Z > -1.33)$
6) $P(1.1 < Z < 2.1)$
7) $P(-2.65 < Z < -1.43)$
8) $P(0.24 < Z < 1.1)$
9) $P(Z < -0.54)$
10) $P(-1.8 < Z < 1.8)$
11) $P(Z < -1.75)$
12) $P(Z > 0.81)$
13) $P(-1 < Z < -0.33)$
14) $P(0.4 < Z < 1.7)$
15) $P(Z > 2.09)$

أجد مساحة المنطقة المُظلَّلة أسفل منحنى التوزيع الطبيعي المعياري في كلٍّ ممّا يأتي:

16)


17)


18)


19)


أجد قيمة a التي تُحقِّق الاحتمال المُعطى في كلٍّ ممّا يأتي:

20) $P(Z < a) = 0.9082$
21) $P(Z < a) = 0.0314$
22) $P(Z > a) = 0.95$
23) $P(Z < a) = 0.5442$
24) $P(Z > a) = 0.2743$
25) $P(Z > a) = 0.6231$

26) إذا كان: $Z \sim N(0, 1)$، وكان: $P(1 < Z < c) = 0.1408$، فأجد قيمة الثابت c.

الدرس
5

احتمال المُتغيِّر العشوائي الطبيعي باستعمال الجدول

Probability of Normal Random Variable Using the Table

إذا كان X مُتغيِّرًا عشوائيًّا طبيعيًّا، وسطه الحسابي **89**، وانحرافه المعياري **11.5**، فأجد القيمة المعيارية z التي تُقابِل قيمة x في كلٍّ ممّا يأتي:

1. $x = 81$
2. $x = 92$
3. $x = 100$

إذا كان X مُتغيِّرًا عشوائيًّا طبيعيًّا، وسطه الحسابي **220**، وانحرافه المعياري **10**، فأجد قيمة x التي تُقابِل القيمة المعيارية z في كلٍّ ممّا يأتي:

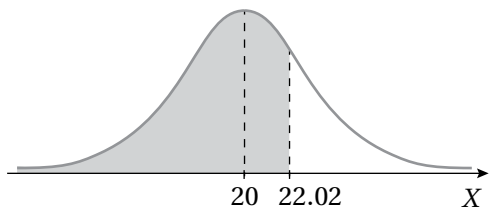
4. $z = 2$
5. $z = -3.5$
6. $z = 4.2$

إذا كان: $X \sim N(17, 100)$، فأجد كل احتمال ممّا يأتي باستعمال جدول التوزيع الطبيعي المعياري:

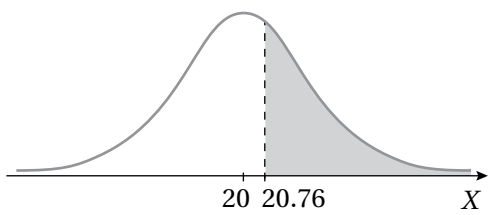
7. $P(X < 25.8)$
8. $P(X > 10.5)$
9. $P(19.4 < X < 30.2)$
10. $P(4 < X < 17)$

إذا كان: $X \sim N(20, 9)$، فأجد مساحة المنطقة المُظلَّلة أسفل منحنى التوزيع الطبيعي للمُتغيِّر العشوائي X في كلٍّ ممّا يأتي:

11.



12.



رياضة: تتبع أطوال لاعبي كرة السَّـلَّة توزيعًا طبيعيًّا، وسطه الحسابي **185 cm**، وانحرافه المعياري **5 cm**. إذا اختير لاعب عشوائيًّا، فأجد كُلًّا ممّا يأتي:

13. احتمال أنْ يزيد طول اللاعب على 175 cm.
14. احتمال أنْ يتراوح طول اللاعب بين 180 cm و 190 cm.
15. العدد التقريبي للاعبين الذين تزيد أطوالهم على 195 cm من بين 2000 لاعب.

الوحدة 6: الإحصاء الاستدلالي

أختبر معلوماتي قبل البَدْء بدراسة الوحدة، وفي حال عدم تأكُّدي من الإجابة أستعين بالمثال المُعطى.

• المجتمع والعيِّنة

أُحدِّد المجتمع والعيِّنة في كلٍّ ممّا يأتي:

1. يريد مهندس تحديد نسبة البلاطات المُتشقِّقة في مجموعات من البلاط، ففحص 100 بلاطة.
2. أخذت إذاعة أردنية تُخطِّط لاختيار موعد مناسب لأحد برامجها، فأرسلت رسالة عبر الهاتف إلى 1000 شخص يستمعون لها.
3. اختارت خبيرة تغذية 25 عُلْبة فول من إنتاج أحد المصانع لفحص سلامة المُنتَج.
4. ترغب سمر في معرفة نسبة طالبات مدرستها اللاتي زرن مدينة البترا الأثرية، فسألت 60 طالبة.

مثال: **أُحدِّد المجتمع والعيِّنة في كلٍّ ممّا يأتي:**

a) **أخذت مهندسة زراعية كيسًا من تربة مزرعة لتفحصها.**

العيِّنة هي كيس التربة، والمجتمع هو تربة المزرعة.

b) **أخذ باحث 5 أسماك من سَدِّ الملك طلال ليفحصها.**

العيِّنة هي 5 أسماك من سَدِّ الملك طلال، والمجتمع هو الأسماك جميعها التي تعيش في سَدِّ الملك طلال.

• إيجاد الوسط الحسابي والتباين والانحراف المعياري لبيانات مفردة تُمثِّل مجتمعًا إحصائيًّا

أجد الوسط الحسابي والتباين والانحراف المعياري لكل مجموعة بيانات ممّا يأتي:

5. 18, 20, 11, 13, 5, 12, 14
6. 27, 43, 29, 34, 53, 37, 19, 58
7. 12, 15, 18, 16, 7, 9, 14
8. 1, 4, 5, 7, 6, 14, 11

مثال: **أجد الوسط الحسابي والتباين والانحراف المعياري للبيانات الآتية: 15, 14, 18, 6, 12, 4, 7, 8, 8**

الخطوة 1: **أجد الوسط الحسابي.**

صيغة الوسط الحسابي $\mu = \frac{\sum x}{n}$

بالتعويض، والتبسيط $= \frac{15 + 14 + 18 + 6 + 12 + 4 + 7 + 8 + 8}{9} = \frac{92}{9}$

الخطوة 2: **أُنشِئ جدولًا أحسُب فيه مُربَّع كل مُشاهَدة.**

x	x^2
15	225
14	196
18	324
6	36
12	144
4	16
7	49
8	64
8	64
المجموع	1118

الخطوة 3: **أُعوِّض القِيَم التي توصَّلْتُ إليها بصيغة التباين.**

الصيغة الثانية للتباين $\sigma^2 = \frac{\sum x^2}{n} - \mu^2$

بتعويض $\Sigma x^2 = 1118, \mu = \frac{92}{9}$ $= \frac{1118}{9} - \left(\frac{92}{9}\right)^2$

باستعمال الآلة الحاسبة ≈ 19.73

بما أنَّ الانحراف المعياري هو الجذر التربيعي للتباين، فإنَّ:

$$\sigma \approx 4.44$$

أتذكَّر

يُعرَف تباين مجموعة من البيانات، عددها n، ووسطها الحسابي μ، باستعمال إحدى الصيغتين الآتيتين:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x-\mu)^2}{n} \quad \text{or} \quad \sigma^2 = \frac{\sum x^2}{n} - \mu^2$$

ويكون الانحراف المعياري لمجموعة البيانات هو الجذر التربيعي للتباين.

• إيجاد احتمال مُتغيِّر عشوائي طبيعي غير معياري

إذا كان: $X \sim N(7, 3^2)$، فأجد كل احتمال ممّا يأتي باستعمال جدول التوزيع الطبيعي:

9 $P(X < 6)$ 10 $P(X > 10)$ 11 $P(5 < X \leq 12)$

إذا كان: $X \sim N(3, 25)$، فأجد كل احتمال ممّا يأتي باستعمال جدول التوزيع الطبيعي:

12 $P(X < 2)$ 13 $P(X > 4.5)$ 14 $P(3 < X < 5)$

مثال: إذا كان: $X \sim N(15, 4^2)$، فأجد كل احتمال ممّا يأتي باستعمال جدول التوزيع الطبيعي:

a) $P(X < 25)$

$$P(X < 25) = P\left(Z < \frac{25 - \mu}{\sigma}\right)$$ صيغة قِيَم z

$$= P\left(Z < \frac{25 - 15}{4}\right)$$ بتعويض $\mu = 15, \sigma = 4$

$$= P(Z < 2.5)$$ بالتبسيط

$$= 0.9938$$ باستعمال الجدول

b) $P(X > 9)$

$$P(X > 9) = P\left(Z > \frac{9 - \mu}{\sigma}\right)$$ صيغة قِيَم z

$$= P\left(Z > \frac{9 - 15}{4}\right)$$ بتعويض $\mu = 15, \sigma = 4$

$$= P(Z > -1.5)$$ بالتبسيط

$$= P(Z < 1.5)$$ باستعمال الخصائص

$$= 0.9332$$ باستعمال الجدول

c) $P(14 < X < 18)$

$$P(14 < X < 18) = P(-0.25 < Z < 0.75)$$ صيغة قِيَم z

$$= P(Z < 0.75) - P(Z < -0.25)$$ باستعمال الخصائص

$$= P(Z < 0.75) - (1 - P(Z < 0.25))$$ باستعمال الخصائص

$$= 0.7734 - (1 - 0.5536)$$ باستعمال الجدول

$$= 0.327$$ بالتبسيط

• إيجاد التوقُّع والتباين للمُتغيِّر العشوائي ذي الحدَّين

أجد التوقُّع والتباين لكل مُتغيِّر عشوائي ممّا يأتي:

15 $X \sim B(5, 0.4)$

16 $X \sim B\left(30, \frac{1}{3}\right)$

17 $X \sim B(40, 0.8)$

18 $X \sim B(28, 0.7)$

مثال: إذا كان: $X \sim B(15, 0.2)$، فأجد كُلًّا ممّا يأتي:

a) التوقُّع $E(X)$.

$$E(X) = np$$ صيغة التوقُّع للمُتغيِّر العشوائي ذي الحدَّين

$$= 15 \times 0.2$$ بتعويض $n = 15, p = 0.2$

$$= 3$$ بالتبسيط

b) التباين $\mathrm{Var}(X)$.

$$\mathrm{Var}(X) = np(1 - p)$$ صيغة التباين للمُتغيِّر العشوائي ذي الحدَّين

$$= 15(0.2)(0.8)$$ بتعويض $n = 15, p = 0.2$

$$= 2.4$$ بالتبسيط

الدرس 1

توزيع الأوساط الحسابية للعيِّنات
Distribution Of Samples Means

أُحدِّد إذا كانت كل عيِّنة ممّا يأتي مُتحيِّزة أم لا، ثمَّ أُبرِّر إجابتي:

1. يريد باحث دراسة مدى إقبال السُّكّان على ممارسة الرياضة، فحدَّد كل خامس اسم في قائمة الأرقام الوطنية لسُكّان المدينة، وتواصل معهم.

2. أجرى أحد الطلبة استطلاعًا عن أكثر نشاط يُمارَس في أوقات الفراغ بين الشباب، فسأل مُنتسِبي النادي الثقافي في المدرسة.

3. يريد باحث معرفة درجة رضا أولياء الأمور عن مستوى التعليم في المدينة، فسأل أولياء الأمور مِمَّنْ لديهم أبناء في إحدى المدارس الخاصة.

4. يريد مدير متجر إلكتروني تقييم درجة رضا الزبائن عن تجربة الشراء، فأرسل استبانة إلى عيِّنة عشوائية من العملاء الذين قاموا بعمليات شراء خلال الشهر الماضي بصرف النظر عن نوع المُنتَج أو قيمته.

أُحدِّد العيِّنة والمجتمع في كلٍّ ممّا يأتي، ثمَّ أُحدِّد إذا كانت العيِّنة العشوائية المختارة بسيطة، أم مُنتظَمة، أم طبقية، ثمَّ أُبرِّر إجابتي:

5. اختارت شركة استشارية 100 زبون من قاعدة بياناتها عن طريق برنامج يُولِّد أرقامًا عشوائيةً.

6. أراد مُراقِب الجودة في أحد المصانع الأردنية تحديد جودة ألواح الطاقة الشمسية التي يُنتِجها المصنع، ففحص كل تاسع لوح على خطِّ الإنتاج في أحد الأيام.

7. أجرت وزارة العمل دراسة عن البطالة، فقسَّمت المشاركين بحسب الجنس (ذكور، إناث)، ثمَّ أخذت عيِّنات مُتساوِية من كل فئة.

الدرس 1

توزيع الأوساط الحسابية للعيِّنات
Distribution Of Samples Means

يتبع

أُحدِّد العيِّنة والمجتمع في كلٍّ ممّا يأتي، ثمَّ أَصِف الإحصائي والمَعلَمة:

8 أُجرِيت دراسة شملت عيِّنة عشوائية بسيطة من طلبة المدارس الثانوية، وقد حُسِب فيها الانحراف المعياري للطلبة الذين يستعملون وسائل نقل عامة.

9 اختيرت عيِّنة عشوائية مُنتظَمة من المكالمات الهاتفية التي وردت إلى مركز خدمة العملاء في إحدى شركات الاتصالات، ثمَّ حُسِب الوسط الحسابي لمُدَّة المكالمة الواحدة.

10 أُخِذت عيِّنة طبقية من طلبة جامعيين صُنِّفوا بحسب التخصُّص، ثمَّ حُسِبت النسبة المئوية للطلبة الذين يعملون بدوام جزئي أثناء الدراسة.

وقود: دوَّنت مَحطَّة وقود عدد لترات البنزين x التي اشتراها 50 عميلًا من المَحطَّة، وقد أمكن الحصول منها على المعلومات الإحصائية الآتية:

$$\sum x_i = 1340, \quad \sum x_i^2 = 36296$$

11 أجد الوسط الحسابي للعيِّنة.

12 أجد الانحراف المعياري للعيِّنة.

جمعت شركةٌ آراء الزبائن عن جودة الخدمة، ثمَّ طلبت إليهم تقييم الخدمة باستخدام مقياس من 1 إلى 10، ثمَّ اختيرت عيِّنة عشوائية تتألَّف من 10 عملاء، ودُوِّنت التقييمات كما يأتي:

6, 9, 8, 7, 6, 8, 7, 9, 7, 10

13 أجد الوسط الحسابي لتقييمات عيِّنة العملاء.

14 أجد تباين العيِّنة.

15 أجد الانحراف المعياري للعيِّنة.

الدرس 1

يتبع

توزيع الأوساط الحسابية للعيِّنات
Distribution Of Samples Means

أعمار: **في دراسة أجرتها إحدى الشركات الكبرى، تبيَّن أنَّ الوسط الحسابي لأعمار المُتقدِّمين للوظائف لديها 42 عامًا، وأنَّ الانحراف المعياري له 7 أعوام. إذا أُخِذت عيِّنات عشوائية من المُتقدِّمين في أشهر مختلفة، حجم كلٍّ منها 30، فأجد كُلًّا ممّا يأتي:**

16 الوسط الحسابي لتوزيع الأوساط الحسابية للعيِّنات.

17 الخطأ المعياري للوسط الحسابي.

18 **رياضة:** يرغب عثمان في تحديد الرياضي الأكثر شعبية في المدينة. وتحقيقًا لهذا الغرض؛ أجرى ثلاثة استطلاعات مختلفة، سأل في أوَّلها 20 طالبًا عشوائيًّا في إحدى المدارس الثانوية، وسأل في ثانيها 50 شخصًا عشوائيًّا في مركز تجاري، وسأل في ثالثها 150 شخصًا عشوائيًّا في معرض فني، وقد كان الرياضي الأكثر شعبية مختلفًا في كل استطلاع منها. أيُّ الاستطلاعات الثلاثة يُمكِن أنْ يُمثِّل المجتمع بشكل أفضل؟ أُبرِّر إجابتي.

طعام صِحّي: **أرادت راما أنْ تعرف إذا كانت طالبات مدرستها يُفضِّلن تناول الوجبات الصِّحِّية، فاختارت 60 طالبة عشوائيًّا، ثمَّ أرسلت إلى كلٍّ منهن استبانة لمِلْئها. أعادت 35 طالبة فقط الاستبانة، وأجابت 26 منهن بأنَّهن يُفضِّلن الوجبات الصِّحِّية؛ فقالت راما: "معظم طالبات المدرسة يُفضِّلن تناول الوجبات الصِّحِّية":**

19 أُفسِّر لماذا يُعَدُّ استنتاج راما غير دقيق.

20 ما الذي ينبغي لراما فعله بعد ذلك للتأكُّد أنَّ عيِّنتها تُمثِّل جميع طالبات المدرسة؟

21 ما الذي تعيَّن على راما عمله لتجنُّب مشكلة عدم إعادة بعض الطالبات للاستبانات؟

الدرس
2

التقريب الاحتمالي باستعمال التوزيع الطبيعي

Probability Approximation Using Normal Distribution

1 **أطوال:** تتبع أطوال الأولاد الذين أعمارهم 12 عامًا توزيعًا طبيعيًّا، وسطه الحسابي 151.2 cm، وانحرافه المعياري 6.3 cm. إذا اختيرت عيِّنة عشوائية تتألَّف من 20 ولدًا أعمارهم 12 عامًا، فأجد احتمال أنْ يكون الوسط الحسابي لأطوال الأولاد في العيِّنة بين 147 cm و153 cm

2 **عادات غير صِحِّية:** أفادت دراسة بأنَّ 95% من المُراهِقين يتناولون مشروبًا غازيًّا واحدًا على الأقلِّ كل أسبوع. إذا اختيرت عيِّنة عشوائية تتألَّف من 200 مُراهِق، فأستعمل التوزيع الطبيعي لتقريب احتمال أنْ يكون 194 مُراهِقًا منهم يتناولون مشروبًا غازيًّا واحدًا على الأقلِّ كل أسبوع.

أجد الحدَّ الأدنى لحجم العيِّنة المطلوب في كلٍّ ممّا يأتي، بحيث يُمكِن استعمال التوزيع الطبيعي لتقريب توزيع ذي الحدَّين:

3 $p = 0.1$

4 $p = 0.4$

5 $p = 0.5$

6 $p = 0.8$

الدرس 2

يتبع

التقريب الاحتمالي باستعمال التوزيع الطبيعي

Probability Approximation Using Normal Distribution

إذا كان: $X \sim B(200, 0.32)$، فأستعمل التوزيع الطبيعي لتقريب كلٍّ من الاحتمالات الآتية:

7 $P(X < 87)$

8 $P(X > 50)$

9 $P(X > 75)$

10 $P(75 < X < 87)$

11 **شـاي أخضر:** يُعبِّئ مصنعٌ الشـاي الأخضر في أكياس تتبع كتلها توزيعًا طبيعيًّا، وسـطه الحسـابي 352 g، وانحرافه المعياري σ. إذا اختيرت عيِّنة عشـوائية تتألَّف من 50 كيسًـا، وكان احتمال أنْ يقلَّ الوسط الحسابي لكتل الأكياس في العيِّنة عن 350 g هو 0.33، فأجد قيمة σ.

12 **اختبار:** إذا كان الوسط الحسابي للزمن اللازم لحلِّ اختبار رياضيات 60 دقيقة، والانحراف المعياري 8 دقائق، واختيرت عيِّنة عشـوائية تضمُّ 64 طالبًا، فأجد احتمال ألّا يزيد البُعْد بين الوسـط الحسابي لزمن الحلِّ في العيِّنة والوسط الحسابي للمجتمع على دقيقتين.

فترات الثقة
Confidence Intervals

1 **تعليم:** في دراسة أُجرِيت في إحدى المدارس، وشملت عيِّنة عشوائية قِوامها 50 طالبًا، تبيَّن أنَّ الوسط الحسابي لعدد الساعات التي يُخصِّصها الطالب يوميًّا للدراسة 4.8 ساعات. ووَفقًا لدراسة سابقة أجرتها إدارة المدرسة، فإنَّ الانحراف المعياري لعدد الساعات هو 1.2 ساعة. أستعمل مستوى ثقة 90% لإيجاد الحدِّ الأقصى لخطأ تقدير الوسط الحسابي لعدد ساعات الدراسة اليومية لطلبة المدرسة، ثمَّ أُفسِّر معنى الناتج.

2 **قراءة:** في دراسة شملت 30 طالبًا في إحدى الجامعات لتحديد الوسط الحسابي لعدد الكتب التي قرأها كل طالب خلال الفصل الدراسي، تبيَّن أنَّ الوسط الحسابي لعدد الكتب التي قرأها الطالب هو 5 كتب، وأنَّ الانحراف المعياري هو 1.8 كتاب. أستعمل مستوى ثقة 99% لإيجاد الحدِّ الأقصى لخطأ تقدير الوسط الحسابي لعدد الكتب المقروءة، ثمَّ أُفسِّر معنى الناتج.

3 **إنتاج:** أُخِذت عيِّنة عشوائية قِوامها 50 كيس سُكَّر من خطِّ إنتاج أحد المصانع، فتبيَّن أنَّ الوسط الحسابي لكتل العيِّنة 502 g، وأنَّ الانحراف المعياري لها 3.2 g. أجد فترة الثقة بمستوى 99% للوسط الحسابي لأكياس السُّكَّر التي يُنتِجها المصنع، ثمَّ أُفسِّر معنى الناتج.

يتبع

فترات الثقة
Confidence Intervals

4 **أطوال:** تتبع أطوال أحد أنواع أشجار النخيل توزيعًا طبيعيًّا انحرافه المعياري 4.5 m. أُخِذت عيِّنة عشوائية مُكوَّنة من 20 شجرة نخيل، فتبيَّن أنَّ الوسط الحسابي لأطوالها هو 16.4 m. أجد فترة الثقة بمستوى 99% للوسط الحسابي لأطوال أشجار النخيل من هذا النوع، ثمَّ أُفسِّر معنى الناتج.

5 **صِحَّة:** تريد وزارة الصِّحَّة في إحدى الدول تقدير الوسط الحسابي لعدد الخطوات التي يَمْشيها البالغ يوميًّا، وذلك ضمن دراسة تهدف إلى تعزيز النشاط البدني. تسعى وزارة الصِّحَّة لأنْ تكون واثقة بما نسبته 90% أنَّ الوسط الحسابي لعدد الخطوات المُقدَّرة لا يبتعد عن الوسط الحسابي للعيِّنة بأكثر من 400± خطوة. إذا افترضْتُ أنَّ الانحراف المعياري لعدد الخطوات اليومية هو 1600 خطوة، فأجد حجم العيِّنة الذي يتعيَّن على وزارة الصِّحَّة اختياره لتحقيق هذا المستوى من الثقة.

يتبع المُتغيِّر العشوائي X توزيعًا طبيعيًّا، وسطه الحسابي μ، وانحرافه المعياري 0.5. أُخِذت عيِّنة عشوائية مُكوَّنة من 10 مُشاهَدات، وكانت قِيَم العيِّنة كما يأتي:

13.2, 11.3, 13.6, 10.3, 12.3, 12.4, 11.2, 10.7, 12.6, 9.6

6 أجد فترة الثقة بمستوى 95% للوسط الحسابي للمجتمع.

7 أُخِذت عيِّنة عشوائية مُكوَّنة من 20 مُشاهَدة من المجتمع، وكان الوسط الحسابي لها هو نفس الوسط الحسابي للعيِّنة السابقة، وقد حُسِبت فترة ثقة من هذه العيِّنة، فكانت مُماثِلة لطول الفترة الواردة في السؤال السابق. أجد مستوى الثقة لهذه الفترة.

الدرس 4

اختبار الفرضيات
Hypotheses Testing

أكتب الفرضية البديلة والفرضية الصفرية لكل عبارة ممّا يأتي، ثمَّ أُحدِّد أيُّهما تُمثِّل الادِّعاء:

1. تشير إحدى شركات الغذاء إلى أنَّ مُعدَّل استهلاك الفرد للملح يوميًّا يبلغ 5 g

2. تَدَّعي دراسة بيئية أنَّ مُتوسِّط تركيز الغبار في هواء إحدى المدن هو أقلُّ من $55\ \mu g/m^3$

3. تُؤكِّد إدارة إحدى المدارس أنَّ المُعدَّل العام لعلامات طلبتها في اختبار الرياضيات يزيد على 80%

رياضة: تَدَّعي إدارة نادٍ رياضي أنَّ البرنامج التدريبي الجديد الذي تُقدِّمه يُحسِّن اللياقة القلبية التنفُّسية، بحيث يقلُّ مُعدَّل زمن الجري مسافةً مُحدَّدةً عن 9 دقائق. للتحقُّق من صِحَّة ذلك، أُجرِيت دراسة باستعمال الفرضيتين الآتيتين: $H_0: \mu \geq 9, H_1: \mu < 9$:

4. أشرح ما يعنيه وقوع خطأ من النوع I في هذا السياق.

5. أشرح ما يعنيه وقوع خطأ من النوع II في هذا السياق.

أستعمل المعلومات المُعطاة لإيجاد قيمة z للادِّعاء k في كلٍّ مما يأتي، ثمَّ أُحدِّد إذا كانت توجد أدلَّة كافية لرفض الفرضية الصفرية H_0، ثمَّ أكتب استنتاجًا عن الادِّعاء k:

6. $k: \mu \leq 10000, \alpha = 0.01, \bar{x} = 10015, s = 85, n = 48$

7. $k: \mu > 88, \alpha = 0.05, \bar{x} = 91.2, s = 3.9, n = 52$

اختبار الفرضيات
Hypotheses Testing

8 **إلكترونيات:** تَدَّعي شـركة إلكترونيات أنَّ الوسط الحسابي لاسـتهلاك أحد أنواع الأجهزة الذكية للطاقة في الساعة هو 1.8 watt على الأكثر. للتحقُّق من صِحَّة هذا الادِّعاء، أُخِذت عيِّنة عشوائية مُكوَّنة من 45 جهازًا، فكان الوسط الحسابي لاسـتهلاك الطاقة في العيِّنة 2.0 watt. إذا كان الانحراف المعياري للمجتمع 0.5 watt، فأسـتعمل مستوى دلالة 5% لتحديد إذا كانت توجد أدلَّة كافية لرفض ادِّعاء الشركة أم لا.

9 **مكتبـات:** تَدَّعي إدارة إحدى المكتبات الجامعية أنَّ الوسـط الحسـابي للوقت الذي يقضيه الزائـر داخل المكتبة هو 45 دقيقة. للتحقُّق من صِحَّة هذا الادِّعاء، أُخِذت عيِّنة عشـوائية تضمُّ 49 زائرًا، فكان الوسـط الحسابي لمُدَّة بقائهم في المكتبة 48.2 دقيقة، والانحراف المعياري 10.5 دقائق. أسـتعمل مستوى دلالة 10% لتحديد إذا كانت توجد أدلَّة كافية لرفض ادِّعاء الإدارة أم لا.